$= S_x$, na calculadora $\boxed{P.E.}$

Θ = estimador pontual, antes da amostra

$\hat{\theta}$ = estimativa pontual, depois da amostra

μ	$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum x_i$
σ^2	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \overline{X})^2$
σ	$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \overline{x})^2}$
p	$\hat{p} = \frac{X}{n}$

$SE_{\hat{\Theta}} = \sqrt{V(\hat{\Theta})}$

— // — método dos momentos

$X \sim Exp(\lambda, \delta)$

$$\begin{cases} M_1 = \overline{X} \\ M_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 = E(X) = \lambda + \delta \\ m_2 = E(X)^2 = \delta^2 + (\lambda + \delta)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 = M_1 \\ m_2 = M_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda + \delta = \overline{X} \\ \delta^2 + (\lambda + \delta)^2 = M_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ \delta^2 + \overline{x}^2 = M_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \overline{X} - \delta \\ \delta = \sqrt{M_2 - \overline{X}^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \overline{x} - \sqrt{M_2 - \overline{x}^2} \\ \delta = \sqrt{M_2 - \overline{x}^2} \end{cases}$$

— // —

$X \sim N(0, \sigma^2)$

$E(X) = \overline{X} \Leftrightarrow 0 = \overline{X}$

$E(X^2) = M_2 \Leftrightarrow V(X) + E^2(X) = M_2 \Leftrightarrow \sigma^2 + 0 = M_2 \Rightarrow \sigma^2 = M_2$

— // — máx verosimilhança

- $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i | \theta)$
- $\ell(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i | \theta)$
- $\frac{\partial}{\partial \theta} \ell(\theta) = 0$

- Intervalo Confiança

1) estatística pivot

2) $P(\cdots < Z < \cdots) = 1-\alpha$

3) Determinar extremos do intervalo // $IC_{(1-\alpha)\times 100\%}(\mu) = \left]\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$

4) conclusão

- Teste Hipóteses

1) H_0: vs H_1:

2) estatística teste

3) região rejeição // $\left]-\infty; -z_{\alpha/2}\right[\cup \left] z_{\alpha/2}; +\infty\right[$

4) regra decisão // $z_{obs} \in R_\alpha$

5) decisão

- p-value

$\underbrace{\text{valor-p}}_{P(Z > z_{obs})} < \alpha$, devemos rejeitar H_0, para nível significância α

- $P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é vdd})$
  $P(\text{erro tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa})$

- $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ com $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ independentes

P.E.

int. ordem	repetição	nº de maneiras distintas de escolher k elementos
sim	não	${}^{n}A_{k} = \frac{n!}{(n-k)!}$
sim	sim	${}^{n}A'_{k} = n^{k}$
não	não	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$
não	sim	${}^{n}C_{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!\,k!}$

- Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

  Se $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

  $P(A-B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

  $P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$

  Se A e B são independentes então $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ e $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A)$

- Teorema da probabilidade total

  $P(A) = P(A|E_1)P(E_1) + \dots + P(A|E_n)P(E_n)$

  $P(E_1|A) = \frac{P(A|E_1)P(E_1)}{P(A)}$

- $F(x)$ = função distribuição
  $f(x)$ = função densidade

  $f(x) \underset{()'}{\overset{\int}{\rightleftarrows}} F(x)$

- $P(X=x) = P(X \leq x) - P(X < x) = F(x) - F(x^-)$

- $\mu = E(X) = \begin{cases} \sum_{i=1} x_i P(X=x_i) & \text{, v.a. discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) & \text{, v.a. contínua} \end{cases}$

- $E(aX+b) = aE(X) + b$

  $V(X) = E(X^2) - E^2(X)$; $V(X) = E((X-\mu)^2)$

  $\sigma = \sqrt{V(X)}$ = desvio padrão

  $V(aX+b) = a^2 V(X)$

  $CV(X) = \frac{\sigma(X)}{|E(X)|} \times 100$

- independencia entre v.a. sse $p_{ij} = p_{i\bullet} p_{\bullet j} \quad \forall i,j$

- $E(XY) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} x_i y_j p_{ij} & \text{, se } X \text{ e } Y \text{ v.a. discretas} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy\, f_{X,Y}(x,y)\, dx\, dy & \text{, se } X, Y \text{ v.a. continuas} \end{cases}$

- $Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

  $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$

  $V(aX \pm bY) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) \pm 2ab\, Cov(X,Y)$

  se X e Y independentes então $E(XY) = E(X)E(Y)$

  $Cov(a+bX, c+dY) = bd\, Cov(X,Y)$

  $Cov(aX + bY, cZ) = ac\, Cov(X,Z) + bc\, Cov(Y,Z)$

- $\rho(X,Y) = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

- $X \sim Unif(n)$ se $F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ \frac{k}{n} & , k \leq x < k+1 \\ 1 & , x \geq n \end{cases}$

  $E(X) = \dfrac{n+1}{2}$

  $V(X) = \dfrac{n^2 - 1}{12}$

- $X \sim Ber(p)$ se $X = \begin{cases} 0 & 1 \\ 1-p & p \end{cases}$

  $E(X) = p$

  $V(X) = p(1-p)$

- $X \sim Bin(n,p)$ se existe sucessão de provas de Bernoulli

  $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

  $E(X) = np$

  $V(X) = np(1-p)$

  Sejam X_i v.a's independentes tais que $X_i \sim Bin(n_i, p)$ então

  $S_m = \sum_{i=1}^{m} X_i \sim B(n_1 + \dots + n_m, p)$

• $X \sim Geo(p)$ se existe sucesso de provas de Bernoulli

$X =$ " nº de provas necessárias até ocorrer o 1º sucesso"

$P(X=x) = p(1-p)^{x-1} \quad x = 1, 2 \ldots$

$E(X) = \frac{1}{p}$

$V(X) = \frac{1-p}{p^2}$

$P(X > x+y \mid X > y) = P(X > x)$

• $X \sim H(N, M, n)$ população c/ N elementos, dos quais M possuem determinada característica.

ao seleccionar ao acaso n elementos sem reposição.

$$P(X=x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{x}}$$

$E(X) = n\frac{M}{N}$

$V(X) = n\frac{M}{N^2(N-1}(N-M)(N-n)$

→ se $\frac{n}{N} \leq 0,1$ então $X \mathrel{\dot\sim} Bin(n, \frac{M}{N})$

• $X \sim P(\lambda)$ X - nº de ocorrencias de um determinado acontecimento num dado intervalo de tempo

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} . \lambda^x}{x!}$$

$E(X) = \lambda$

$V(X) = \lambda$

-> se $X_1, X_2, \ldots, X_m$ v.a's independentes com $X_i \sim P(\lambda_i)$

$$S_m = \sum_{i=1}^{m} X_i \sim P(\lambda_1 + \cdots + \lambda_m)$$

-> se $X \sim Bin(n,p)$, $n \geq 50$ e $np \leq 5$ então

$$X \mathrel{\dot\sim} P(np)$$

- $X \sim U(a,b)$ se $f(x)$ é dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , a \leq x \leq b \\ 0 & , c.c. \end{cases}$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x < b \\ 1 & , x \geq b \end{cases}$$

$$E(x) = \frac{a+b}{2}$$

$$V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- $X \sim Exp(\lambda, \delta)$ se $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\delta} e^{-\frac{(x-\lambda)}{\delta}} & , x > \lambda \\ 0 & , c.c. \end{cases}$

tempo entre duas ocorrências consecutivas

$X \sim P(\lambda) \overset{a}{\sim} Exp(0, \frac{1}{\lambda})$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{(x-\lambda)}{\delta}} & , x > \lambda \\ 0 & , x \leq \lambda \end{cases}$$

$$E(x) = \lambda + \delta$$

$$V(x) = \delta^2$$

$\rightarrow$ se $X \sim Exp(0, \delta)$

$$P(X \geq z+y \mid x \geq y) = P(X \geq z)$$

- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $x \in \mathbb{R}$

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \sigma^2$$

$\rightarrow X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

$\rightarrow X \sim N(\mu, \sigma^2)$, a e $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$

$$Y = aX + b \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$$

- $\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$, $S_n = \sum_{i=0}^{n} X_i$, aproximação Bin para N

- $\frac{S_n - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$, $S_n = \sum_{i=0}^{n} X_i$, aproximação Poisson para N